SOMMAIRE

Pages

Organisation de la formation au collège 5

Classe de 3e 71

- **Programmes des classes de troisième** 76
- **Accompagnement du programme de 3e** 91

MINISTÈRE DE LA JEUNESSE,
DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA RECHERCHE

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE

ENSEIGNER AU COLLÈGE

MATHÉMATIQUES

Programmes

et

Accompagnement

Réimpression mars 2004
(Édition précédente réédition novembre 2003)

CENTRE NATIONAL DE DOCUMENTATION PÉDAGOGIQUE

ISBN 2-240-01406-7

Organisation de la formation au collège

Décret n° 96.465 du 29 mai 1996 – (*BO* n° 25 du 20 juin 1996)

Article 1er – Le collège accueille tous les élèves ayant suivi leur scolarité élémentaire. Il leur assure, dans le cadre de la scolarité obligatoire, la formation qui sert de base à l'enseignement secondaire et les prépare ainsi aux voies de formation ultérieures.

Article 2 – Le collège dispense à tous les élèves, sans distinction, une formation générale qui doit leur permettre d'acquérir les savoirs et savoir-faire fondamentaux constitutifs d'une culture commune. Il contribue également, par l'implication de toute la communauté éducative, à développer la personnalité de chaque élève, à favoriser sa socialisation et sa compréhension du monde contemporain.

S'appuyant sur une éducation à la responsabilité, cette formation doit permettre à tous les élèves d'acquérir les repères nécessaires à l'exercice de leur citoyenneté et aux choix d'orientation préalables à leur insertion culturelle, sociale et professionnelle future.

Article 3 – L'enseignement est organisé en quatre niveaux d'une durée d'un an chacun, répartis en trois cycles pédagogiques :
– le cycle d'adaptation a pour objectif d'affermir les acquis fondamentaux de l'école élémentaire et d'initier les élèves aux disciplines et méthodes propres à l'enseignement secondaire. Il est constitué par le niveau de sixième ;
– le cycle central permet aux élèves d'approfondir et d'élargir leurs savoirs et savoir-faire ; des parcours pédagogiques diversifiés peuvent y être organisés ; il correspond aux niveaux de cinquième et de quatrième ;
– le cycle d'orientation complète les acquisitions des élèves et les met en mesure d'accéder aux formations générales, technologiques ou professionnelles qui font suite au collège. Il correspond au niveau de troisième.

Des enseignements optionnels sont proposés aux élèves au cours des deux derniers cycles.

Les conditions de passage des élèves d'un cycle à l'autre sont définies par le décret du 14 juin 1990 susvisé.

Article 4 – Dans le cadre des objectifs généraux de la scolarité au collège définis par les articles 2 et 3, le ministre chargé de l'éducation nationale fixe les horaires et les programmes d'enseignement.

Les modalités de mise en œuvre des programmes d'enseignement et des orientations nationales et académiques sont définies par les établissements, dans le cadre de leur projet, conformément aux dispositions de l'article 2-1 du décret du 30 août 1985 susvisé.

Article 5 – Le collège offre des réponses appropriées à la diversité des élèves, à leurs besoins et leurs intérêts.

Ces réponses, qui ne sauraient se traduire par une organisation scolaire en filières, peuvent prendre la forme d'actions diversifiées relevant de l'autonomie des établissements.

Elles peuvent également prendre d'autres formes, dans un cadre défini par le ministre chargé de l'éducation nationale, notamment :
– un encadrement pédagogique complémentaire de l'enseignement ;
– des dispositifs spécifiques comportant, le cas échéant, des aménagements d'horaires et de programmes ; ces dispositifs sont proposés à l'élève avec l'accord de ses parents ou de son responsable légal ;
– des enseignements adaptés organisés, dans le cadre de sections d'enseignement général et professionnel adapté, pour la formation des jeunes orientés par les commissions de l'éducation spéciale prévues par la loi du 30 juin 1975 susvisée ;
– une formation s'inscrivant dans un projet d'intégration individuel établi à l'intention d'élèves handicapés au sens de l'article 4 de la loi du 30 juin 1975 susvisée ;
– des formations, partiellement ou totalement aménagées, organisées le cas échéant dans des structures particulières, pour répondre par exemple à des objectifs d'ordre linguistique, artistique, technologique, sportif ou à des besoins particuliers notamment d'ordre médical ou médico-social. Les modalités d'organisation en sont définies par le ministre chargé de l'éducation nationale, le cas échéant conjointement avec les ministres concernés. Des structures particulières d'éducation peuvent également être ouvertes dans des établissements sociaux, médicaux ou médico-éducatifs, dans des conditions fixées par arrêté conjoint du ministre chargé de l'éducation nationale et du ministre chargé de la santé.

Par ailleurs, peuvent être proposées aux élèves, en réponse à un projet personnel, des formations à vocation technologique ou d'initiation professionnelle dispensées dans des établissements d'enseignement agricole. Les modalités d'organisation en sont définies par arrêté conjoint du ministre chargé de l'éducation nationale et du ministre chargé de l'agriculture.

Article 6 – Le diplôme national du brevet sanctionne la formation dispensée au collège.

Article 7 – Au terme de la dernière année de scolarité obligatoire, le certificat de formation générale peut, notamment pour les élèves scolarisés dans les enseignements adaptés, valider des acquis ; ceux-ci sont pris en compte pour l'obtention ultérieure d'un certificat d'aptitude professionnelle.

Article 8 – Afin de développer les connaissances des élèves sur l'environnement technologique, économique et professionnel et notamment dans le cadre de l'éducation à l'orientation, l'établissement peut organiser, dans les conditions prévues par le Code du travail, des visites d'information et des séquences d'observation dans des entreprises, des associations, des administrations, des établissements publics ou des collectivités territoriales ; l'établissement organise également des stages auprès de ceux-ci, pour les élèves âgés de quatorze ans au moins qui suivent une formation dont le programme d'enseignement comporte une initiation aux activités professionnelles.

Dans tous les cas une convention est passée entre l'établissement dont relève l'élève et l'organisme concerné. Le ministre chargé de l'éducation nationale élabore à cet effet une convention-cadre.

Article 9 – Dans l'enseignement public, après affectation par l'inspecteur d'académie, l'élève est inscrit dans un collège par le chef d'établissement à la demande des parents ou du responsable légal.

Article 10 – Les dispositions du présent décret sont applicables en classe de sixième à compter de la rentrée scolaire 1996, en classe de cinquième à compter de la rentrée scolaire 1997, en classe de quatrième à compter de la rentrée scolaire 1998, en classe de troisième à compter de la rentrée scolaire 1999.

Article 11 – Le décret n° 76-1303 du 28 décembre 1976 relatif à l'organisation de la formation et de l'orientation dans les collèges est abrogé progressivement en fonction du calendrier d'application du présent décret défini à l'article 10.

Article 12 – Le ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, le ministre du travail et des affaires sociales, le ministre de l'agriculture, de la pêche et de l'alimentation, le secrétaire d'État à la santé et à la sécurité sociale sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent décret qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait à Paris,
le 29 mai 1996
Alain JUPPÉ

Par le Premier ministre :
Le ministre de l'éducation nationale,
de l'enseignement supérieur
et de la recherche
François BAYROU

Le ministre du travail
et des affaires sociales
Jacques BARROT

Le ministre de l'agriculture,
de la pêche et de l'alimentation
Philippe VASSEUR

Le secrétaire d'État à la santé
et à la sécurité sociale
Hervé GAYMARD

Classe de Troisième

Organisation des enseignements du cycle d'orientation de collège (classe de troisième)

Arrêté du 26 décembre 1996 – (*BO* n° 5 du 30 janvier 1997)

Article 1^er^ – Les horaires des enseignements obligatoires et facultatifs applicables aux élèves du cycle d'orientation de collège (classe de troisième) sont définis en annexe du présent arrêté.

Article 2 – Les classes de troisième sont organisées en troisième à option langue vivante 2 et en troisième à option technologie. Le choix de l'une ou de l'autre ou d'une troisième en lycée professionnel appartient aux parents ou au responsable légal.

Article 3 – Les élèves de troisième à option langue vivante 2 peuvent choisir un ou deux enseignements optionnels facultatifs de latin, grec ou langue régionale.

Les élèves de troisième à option technologie peuvent choisir un enseignement optionnel facultatif de deuxième langue vivante.

Article 4 – En vue de remédier à des difficultés scolaires importantes, le collège peut mettre en place un dispositif spécifique dont les horaires et les programmes sont spécialement aménagés sur la base d'un projet pédagogique inscrit dans le cadre des orientations définies par le ministre chargé de l'éducation nationale.

L'admission d'un élève dans ce dispositif est subordonnée à l'accord des parents ou du responsable légal.

Article 5 – Le présent arrêté est applicable à compter de l'année scolaire 1999-2000 en classe de troisième.

Le nouveau dispositif d'enseignement des langues anciennes entre en vigueur à la rentrée scolaire 1998 dans le cycle d'orientation.

Article 6 – Sont abrogés, à compter de l'année scolaire 1999-2000, l'arrêté du 22 décembre 1978 fixant les horaires et effectifs des classes de troisième des collèges ainsi que les dispositions de l'arrêté du 9 mars 1993 modifiant l'arrêté du 9 mars 1990 susvisé, pour ce qui concerne l'organisation pédagogique des classes de troisième technologique implantées en collège.

L'organisation pédagogique des classes de troisième technologique implantées en lycée professionnel reste fixée par l'arrêté du 9 mars 1990.

Article 7 – Le directeur des lycées et collèges est chargé de l'exécution du présent arrêté qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait à Paris,
le 26 décembre 1996

Pour le ministre de l'éducation nationale,
de l'enseignement supérieur
et de la recherche et par délégation

Le directeur des lycées et collèges

Alain BOISSINOT

Horaires des enseignements applicables aux élèves du cycle d'orientation de collège (classes de 3e)

Enseignements obligatoires	3e à option langue vivante 2	3e à option technologie
Français	4 h 30	4 h 30
Mathématiques	4 h	4 h
Première langue vivante étrangère	3 h	3 h
Histoire-Géographie-Éducation civique	3 h 30	3 h
Sciences de la Vie et de la Terre	1 h 30	1 h 30
Physique-Chimie	2 h	1 h 30
Technologie	2 h	
Enseignements artistiques (arts plastiques, éducation musicale)	2 h	2 h
Éducation physique et sportive	3 h	3 h
Enseignements optionnels		
Obligatoires		
Deuxième langue vivante (**)	3 h	
Technologie		5 h (*)
Facultatifs		
Latin	3 h	
Grec	3 h	
Langue régionale (***)	3 h	
Deuxième langue vivante (**)		3 h

(*) Enseignement en groupes à effectifs allégés.
(**) Langue étrangère ou régionale.
(***) Cette option peut être proposée à un élève ayant choisi une deuxième langue vivante étrangère au titre de l'enseignement optionnel obligatoire.

Programmes des classes de troisième des collèges

Arrêté du 15 septembre 1998 – (BOHS n° 10 du 15 octobre 1998)

Vu L. d'orient. n° 89-486 du 10-7-1989, mod. ; D. n° 90-179 du 23-2-1990 ; D. n° 96-465 du 29-5-1996 ; A. du 14-11-1985, mod. par arrêtés des 26-1-1990, 10-7-1992 et 3-11-1993 ; A. du 22-11-1995 ; A. du 10-1-1997 ; A. du 24-7-1997 ; Avis du CNP ; Avis du CSE du 2-7-1998.

Article 1er – Les programmes applicables à compter de la rentrée scolaire 1999 en classe de troisième dans toutes les disciplines à l'exception de ceux de deuxième langue vivante et en classe de troisième à option technologie à l'exception de ceux d'histoire-géographie, d'éducation civique, de physique-chimie et de technologie, sont fixés en annexe au présent arrêté.

Article 2 – Les dispositions contraires au présent arrêté figurant en annexe de l'arrêté du 14 novembre 1985 susvisé deviennent caduques à compter de la rentrée scolaire 1999.

Article 3 – Le directeur de l'enseignement scolaire est chargé de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait à Paris,
le 15 septembre 1998

Pour le ministre de l'éducation nationale,
de la recherche
et de la technologie et par délégation

Le directeur de l'enseignement scolaire

Bernard TOULEMONDE

I – Présentation

Les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques décrits pour les classes antérieures demeurent tout naturellement valables pour la classe de troisième : apprendre à relier des observations à des représentations, à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

À la fin de cette classe terminale du collège, les élèves ont

– acquis des savoirs en calcul numérique (nombres décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, outil proportionnel) et en calcul littéral ;

– acquis des éléments de base en statistiques, en vue d'une première maîtrise des informations chiffrées ;

– appris à reconnaître, dans leur environnement, des configurations du plan et de l'espace et des transformations géométriques usuelles.

Ils disposent aussi de connaissances et d'outils sur lesquels se construira l'enseignement au lycée.

Comme dans les classes antérieures, la démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves, et concourt à celle du citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, et en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

On poursuivra les études expérimentales (calculs numériques avec ou sans calculatrice, représentations à l'aide ou non d'instruments de dessin et de logiciels) en vue d'émettre des conjectures et de donner du sens aux définitions et aux théorèmes. On veillera, comme par le passé, à ce que les élèves ne confondent pas conjecture et théorème ; ils seront le plus souvent possible, en classe et en dehors de la classe, mis en situation d'élaborer et de rédiger des démonstrations. On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes.

L'ensemble des activités proposées dans cette classe permet de faire fonctionner les acquis antérieurs et de les enrichir. Les activités de formation, qui ne peuvent se réduire à la mise en œuvre des compétences exigibles, seront aussi riches et diversifiées que possible.

Le programme de la classe de troisième a pour objectif de permettre :

- en géométrie

– de compléter d'une part, la connaissance de propriétés et de relations métriques dans le plan et dans l'espace, d'autre part, l'approche des transformations par celle de la rotation,

- de préparer l'outil calcul vectoriel, qui sera exploité au lycée ;
- dans le domaine numérique :

– d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,

– d'amorcer les calculs sur les radicaux,

– de faire une première synthèse sur les nombres avec un éclairage historique et une mise en valeur de processus algorithmiques,

– de compléter les bases du calcul littéral et d'approcher le concept de fonction ;

• dans la partie « organisation et gestion de données » :

– de poursuivre l'étude des paramètres de position d'une série statistique,

– d'aborder l'étude de paramètres de dispersion en vue d'initier les élèves à la lecture critique d'informations chiffrées.

La rédaction de ce programme tend à :

– souligner la continuité et la cohérence des apprentissages, débutés en sixième,

– dégager clairement les points forts.

Il est tenu compte, dans la rédaction de ce programme, des rééquilibrages intervenus au cycle central et des informations recueillies lors de diverses évaluations des acquis mathématiques des élèves de troisième.

Le vocabulaire et les notations nouvelles (sin, tan, $\mapsto$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$) seront introduits, comme dans les classes antérieures, au fur et à mesure de leur utilité ; la notation f(x) sera introduite avec prudence, en distinguant bien le rôle joué ici par les parenthèses, de celui qu'elles ont ordinairement dans le calcul littéral. Les symboles $\sqrt{\ }$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, ont été introduits au cycle central ; leur signification sera confirmée.

Le travail personnel des élèves, en classe et en dehors de la classe, est essentiel à leur formation, comme dans les classes antérieures. Les devoirs de contrôle sont d'abord destinés à vérifier l'acquisition des compétences exigibles. Les autres travaux peuvent avoir des objectifs beaucoup plus larges et revêtir des formes diverses, permettant éventuellement la prise en compte de la diversité des projets des élèves. La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En particulier, les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la mémorisation des savoirs et savoir-faire, au développement des capacités de raisonnement et à la maîtrise de la langue ; la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de celui-ci et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

II – Explicitations des contenus de la classe de 3e

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

A. Travaux géométriques

Les objectifs des travaux géométriques demeurent ceux des classes antérieures du collège : représentation d'objets usuels du plan et de l'espace ainsi que leur caractérisation, calcul de grandeurs attachées à ces objets, poursuite du développement des capacités de découverte et de démonstration, mises en œuvre en particulier dans des situations non calculatoires. Les configurations usuelles déjà étudiées sont complétées par les polygones réguliers pour le plan, et par la sphère pour l'espace ; de même les transformations du plan sont complétées par la rotation. Les travaux sur les configurations et les solides permettent de mobiliser largement les résultats des classes antérieures ; ceux-ci sont enrichis en particulier de la réciproque du théorème de Thalès et de l'étude de l'angle inscrit. On favorise ainsi le développement des capacités d'initiative des élèves sans exigence prématurée d'autonomie lors des évaluations. L'introduction de la notation vectorielle et de l'addition des vecteurs, qui constitue une initiation au calcul vectoriel, est l'un des aboutissements du travail effectué au cycle central sur le parallélogramme et la translation.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Géométrie dans l'espace Sphère	Savoir que la section d'une sphère par un plan est un cercle. Savoir placer le centre de ce cercle et calculer son rayon connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère. Représenter une sphère et certains de ses grands cercles.	On mettra en évidence les grands cercles de la sphère, les couples de points diamétralement opposés. On examinera le cas particulier où le plan est tangent à la sphère. On fera le rapprochement avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour les questions relatives aux méridiens et parallèles.
Problèmes de sections planes de solides	Connaître la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Représenter et déterminer les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	Des manipulations préalables (sections de solides en polystyrène par exemple) permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées. Ce sera une occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. À propos de pyramides, les activités se limiteront à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.
2. Triangle rectangle : relations trigonométriques, distance de deux points dans un repère orthonormé du plan	Connaître et utiliser dans le triangle rectangle les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux côtés du triangle. Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées : – du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné,	La définition du cosinus a été vue en quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront introduits comme rapports de longueurs ou à l'aide du quart de cercle trigonométrique. On établira les formules $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. On n'utilisera pas d'autre unité que le degré décimal.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	– de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente. Le plan étant muni d'un repère orthonormé, calculer la distance de deux points dont on donne les coordonnées.	Le calcul de la distance de deux points se fera en référence au théorème de Pythagore, de façon à visualiser ce que représentent différence des abscisses et différence des ordonnées.
3. Propriété de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : – Soient d et d′ deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d′, distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	Il s'agit d'un prolongement de l'étude faite en classe de quatrième. L'étude de la propriété de Thalès est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique du plan et de l'espace. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique peut permettre de créer des situations reliées au théorème de Thalès, notamment lors des activités d'approche de la propriété par la mise en évidence de la conservation des rapports.
	– Soient d et d′ deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d′, distincts de A. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points, A,B,M et les points A,C,N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Le travail de construction de points définis par des rapports de longueurs permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur la droite. On s'intéressera particulièrement au problème suivant : étant donnés deux points A et B, construire les points C de la droite (AB) sachant que le rapport $\frac{CA}{CB}$ a une valeur donnée sous forme de quotient d'entiers.
4. Vecteurs et translations Égalité vectorielle	Connaître et utiliser l'écriture vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ pour exprimer que la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D.	Cette rubrique prend en compte les acquis du cycle central sur les parallélogrammes et sur la translation. Elle est orientée vers la reconnaissance, dans les couples (A,A′), (B,B′), (C,C′)… de points homologues par une même translation, d'un même objet nommé vecteur. On écrira $\vec{u} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \ldots$ L'un des objectifs est que les élèves se représentent un vecteur à partir d'une direction, d'un sens et d'une longueur.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Lier cette écriture vectorielle au parallélogramme ABDC éventuellement aplati.	On mettra en évidence la caractérisation d'une égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ à l'aide de milieux de [AD] et [BC] : Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors les segments [AD] et [BC] ont le même milieu. Si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu, alors on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
Composition de deux translations ; somme de deux vecteurs	Utiliser l'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ et la relier à la composée de deux translations. Construire un représentant du vecteur somme à l'aide d'un parallélogramme.	Des activités de construction conduiront à l'idée que la composée de deux translations est une translation. À partir de ce résultat, à établir ou admettre, on définira la somme de deux vecteurs. On introduira le vecteur nul $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \ldots$ ainsi que l'opposé d'un vecteur. Aucune compétence n'est exigible des élèves sur l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ ni, plus généralement, sur la soustraction vectorielle.
Coordonnées d'un vecteur dans le plan muni d'un repère	Lire sur un graphique les coordonnées d'un vecteur. Représenter, dans le plan muni d'un repère, un vecteur dont on donne les coordonnées. Calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant les coordonnées des extrémités de l'un quelconque de ses représentants. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.	Les coordonnées d'un vecteur seront introduites à partir de la composition de deux translations selon les axes.
Composition de deux symétries centrales	Savoir que l'image d'une figure par deux symétries centrales successives de centres différents est aussi l'image de cette figure par une translation. Connaître le vecteur de la translation composée de deux symétries centrales.	Des activités de construction permettront de conjecturer le résultat de composition de deux symétries centrales. La démonstration sera l'occasion de revoir la configuration des milieux dans un triangle. On pourra utiliser, pour sa commodité, la notation $2\,\overrightarrow{AB}$ pour désigner $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$. Tout commentaire sur le produit d'un vecteur par un entier est hors programme, ainsi que la rotation « 0 » pour désigner la composée.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
5. Rotation, angles, polygones réguliers Images de figures par une rotation	Construire l'image par une rotation donnée d'un point, d'un cercle, d'une droite, d'un segment et d'une demi-droite.	Les activités porteront d'abord sur un travail expérimental permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures à partir desquelles seront dégagées des propriétés d'une rotation (conservation des longueurs, des alignements, des angles, des aires). Ces propriétés pourront être utilisées dans la résolution d'exercices simples de construction. Dans des pavages, on rencontrera des figures invariantes par rotation. Les configurations rencontrées permettent d'utiliser les connaissances sur les cercles, les tangentes, le calcul trigonométrique…
Polygones réguliers	Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier connaissant son centre et un sommet.	Les activités sur les polygones réguliers, notamment leur tracé à partir d'un côté, porteront sur le triangle équilatéral, le carré, l'hexagone et éventuellement l'octogone. Certaines d'entre elles pourront conduire à utiliser la propriété de l'angle inscrit. Les activités de recherche de transformations laissant invariant un triangle équilatéral ou un carré sont l'occasion de revenir sur les transformations étudiées au collège.
Angles inscrit	Comparer un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.	On généralise le résultat relatif à l'angle droit, établi en classe de quatrième. Cette comparaison permet celle de deux angles inscrits interceptant le même arc, mais la recherche de l'ensemble des points du plan d'où l'on voit un segment sous un angle donné, autre qu'un angle droit, est hors programme.

B. Travaux numériques

Comme dans les classes antérieures, la résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue un objectif de cette partie du programme ; elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. S'y ajoutent certains problèmes numériques purs, qui jouent un rôle dans l'appropriation de concepts importants, tels que ceux de racine carrée ou de fraction irréductible. Ce sont ces études qu'il convient de privilégier et non pas la technicité.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :

– maîtrise des règles opératoires de base,

– acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,

– réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre selon la situation.

Pour le calcul littéral, un des objectifs à viser est qu'il s'intègre aux moyens d'expression des élèves, à côte de la langue usuelle, de l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral reste simple à effectuer et où il présente du sens, que le professeur permettra au plus grand nombre de recourir spontanément à l'écriture algébrique lorsque celle-ci est pertinente.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Écritures littérales ; identités remarquables		
	Factoriser des expressions telles que : $(x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$; $(2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3)$. Connaître les égalités : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et les utiliser sur des expressions numériques ou littérales simples telles que : $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 200 + 1$, $(x + 5)^2 - 4 = (x + 5)^2 - 2^2$ $= (x + 5 + 2)(x + 5 - 2)$.	La reconnaissance de la forme d'une expression algébrique faisant intervenir une identité remarquable peut représenter une difficulté qui doit être prise en compte. Les travaux s'articuleront sur deux axes : – utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques ; – utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes. Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d'expressions simples ; en revanche, le travail sur la factorisation qui se poursuivra au lycée, ne vise à développer l'autonomie des élèves que dans des situations très simples. On consolidera les compétences en matière de calcul sur les puissances, notamment sur les puissances de 10.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
2. Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées)		
Racine carrée d'un nombre positif	Savoir que, si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a. Sur des exemples numériques où a est un nombre positif, utiliser les égalités : $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = a$. Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que $x^2 = a$, où a désigne un nombre positif.	La touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, qui a déjà été utilisée en classe de quatrième, fournit une valeur approchée d'une racine carrée. Le travail mentionné sur les identités remarquables permet d'écrire des égalités comme $(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2} + 1) = 1$, $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$.
Produit et quotient de deux radicaux	Sur des exemples numériques, où a et b sont deux nombres positifs, utiliser les égalités : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, $\sqrt{a/b} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$.	Ces résultats, que l'on peut facilement démontrer à partir de la définition de la racine carrée d'un nombre positif, permettent d'écrire des égalités telles que $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$, $\sqrt{4/3} = 2/\sqrt{3}$, $1\ \sqrt{5} = \sqrt{5/5}$. On habituera ainsi les élèves à écrire un nombre sous la forme la mieux adaptée au problème posé.
3. Équations et inéquations du premier degré		
Ordre et multiplication	Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont dans le même ordre que b et c si a est strictement positif, dans l'ordre inverse si a est strictement négatif.	On pourra s'appuyer dans toute cette partie sur des activités déjà pratiquées dans les classes antérieures, notamment celles de tests par substitution de valeurs numériques à des lettres.
Inéquation du premier degré à une inconnue	Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques. Représenter ses solutions sur une droite graduée.	
Système de deux équations à deux inconnues	Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.	Pour l'interprétation graphique, on utilisera la représentation des fonctions affines.
Résolution de problèmes du premier degré ou s'y ramenant	Résoudre une équation mise sous la forme A.B = 0 où A et B désignent deux expressions du premier degré de la même variable. Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation, une inéquation ou un système de deux équations du premier degré.	L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est, elle, hors programme. Les problèmes sont issus des différentes parties du programme. Comme en classe de quatrième, on dégagera à chaque fois les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
4. Nombres entiers et rationnels		Cette partie d'arithmétique permet une première synthèse sur les nombres, intéressante tant du point de vue de l'histoire des mathématiques que pour la culture générale des élèves.
Diviseurs communs à deux entiers Fractions irréductibles	Déterminer si deux entiers donnés sont premiers entre eux. Savoir qu'une fraction est dite irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux. Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.	Depuis la classe de cinquième, les élèves ont pris l'habitude de simplifier les écritures fractionnaires : la factorisation du numérateur et du dénominateur se fait grâce aux critères de divisibilité et à la pratique du calcul mental. Reste à savoir si la fraction obtenue est irréductible ou non. On remarque que la somme et la différence de deux multiples d'un nombre entier sont eux-mêmes multiples de cet entier. On construit alors un algorithme, celui d'Euclide ou un autre, qui, donnant le PGCD de deux nombres entiers, permet de répondre à la question dans tous les cas. Les activités proposées ne nécessitent donc pas le recours aux nombres premiers. Les tableurs et les logiciels de calcul formel peuvent, sur ce sujet, être exploités avec profit. À côté des nombres rationnels, on rencontre au collège des nombres irrationnels comme π et $\sqrt{2}$. On pourra éventuellement démontrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Une telle étude peut également être mise à profit pour bien distinguer le calcul exact et le calcul approché.

C. Organisation et gestion de données – Fonctions

L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples très simples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre un nombre à un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions peuvent être issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », déjà amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et sera associée à l'introduction prudente de la notion $f(x)$, où x a une valeur numérique donnée. L'équation générale d'une droite sous la forme $ax + by + c = 0$ n'est pas au programme du collège.

Pour les séries statistiques, le programme conduit à poursuivre l'étude des paramètres de position et à aborder l'étude de la dispersion. L'éducation mathématique rejoint ici l'éducation du citoyen : prendre l'habitude de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique et donc sur la perte d'information, sur les possibilités de généralisation, sur les risques d'erreurs d'interprétation et sur leurs conséquences possibles.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Fonction linéaire et fonction affine Fonction linéaire	Connaître la notation $x \mapsto ax$, pour une valeur numérique de *a* fixée.	La définition d'une fonction linéaire, de coefficient *a*, s'appuie sur l'étude des situations de proportionnalité rencontrées dans les classes précédentes. On pourra recourir à des tableaux de proportionnalité et on mettra en évidence que le processus de correspondance est « je multiplie par *a* ». Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, une mise en évidence similaire peut être faite ; par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95.
	Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.	L'étude de la fonction linéaire est aussi une occasion d'utiliser la notion d'image. On introduira la notation $x \mapsto ax$ pour la fonction. À propos de la notation des images $f(2)$, $f(-0{,}25)$..., on remarquera que les parenthèses y ont un autre statut qu'en calcul algébrique.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Représenter graphiquement une fonction linéaire. Lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.	L'énoncé de Thalès permet de démontrer que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine ; cette droite a une équation de la forme $y = ax$. On interprétera graphiquement le nombre a, coefficient directeur de la droite. C'est une occasion de prendre conscience de l'existence de fonctions dont la représentation graphique n'est pas une droite (par exemple, en examinant comment varie l'aire d'un carré quand la longueur de son côté varie de 1 à 3).
Fonction affine Fonction affine et fonction linéaire associée	Connaître la notation $x \mapsto ax + b$ pour des valeurs numériques de a et b fixées. Déterminer une fonction affine par la donnée de deux nombres et de leurs images. Représenter graphiquement une fonction affine. Lire sur la représentation graphique d'une fonction affine l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.	Pour des valeurs de a et b numériquement fixées, le processus de correspondance sera aussi explicité sous la forme « je multiplie par a, puis j'ajoute b ». La représentation graphique de la fonction affine peut être obtenue par une translation à partir de celle de la fonction linéaire associée. C'est une droite, qui a une équation de la forme $y = ax + b$. On interprétera graphiquement le coefficient directeur a et l'ordonnée à l'origine b ; on remarquera la proportionnalité des accroissements de x et de y. Pour déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère, on entraînera les élèves à travailler à partir de deux points pris sur la droite et à exploiter la représentation graphique. On fera remarquer qu'une fonction linéaire est une fonction affine. Des enregistrements graphiques ou des courbes représentatives de fonctions non affines peuvent servir de support à la construction de tableaux de valeurs ou à la recherche de particularités d'une fonction : coordonnées de points, sens de variation sur un intervalle donné, maximum, minimum. Aucune connaissance spécifique n'est exigible sur ce sujet.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
2. Proportionnalité et traitements usuels sur les grandeurs		
Applications de la proportionnalité	Dans des situations mettant en jeu des grandeurs, l'une d'elle étant fonction de l'autre, – représenter graphiquement la situation d'une façon exacte si cela est possible, sinon d'une façon approximative, – lire et interpréter une telle représentation.	En classe de troisième il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité commencée de fait dès l'école. De nombreuses occasions sont données de conjecturer ou de reconnaître, puis d'utiliser la proportionnalité de valeurs ou d'accroissements dans les différents domaines et sections du programme. Les situations mettant en jeu des grandeurs restent privilégiées pour mettre en place et organiser des calculs faisant intervenir la proportionnalité, en particulier les pourcentages. Par exemple, au-delà des compétences exigibles, on pourra étudier des problèmes de mélange.
Grandeurs composées Changement d'unités		Les grandeurs produits sont, après les grandeurs quotients déjà rencontrées en classe de quatrième, les grandeurs composées les plus simples. On pourra remarquer que les aires et les volumes sont des grandeurs produits. D'autres grandeurs produits et grandeurs dérivées pourront être utilisées : passagersxkilomètres, kWh, francs/kWh laissant progressivement la place à euros/kWh,... En liaison avec les autres disciplines (physique, chimie, éducation civique…), on attachera de l'importance à l'écriture correcte des symboles et à la signification des résultats numériques obtenus.
Calculs d'aires et de volumes	Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné. Calculer le volume d'une boule de rayon donné.	Le travail avec un formulaire, qui n'exclut pas la mémorisation, permettra le réinvestissement et l'entretien d'acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.
Effets d'une réduction ou d'un agrandissement sur des aires ou des volumes	Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, – l'aire d'une surface est multipliée par k^2, – le volume d'un solide est multiplié par k^3.	Des activités de comparaison d'aires, d'une part, et de volumes, d'autre part, seront autant d'occasions de manipulation de formules et de transformation d'expressions algébriques. Ce travail prend appui sur celui fait en géométrie dans l'espace.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
3. Statistique		Il s'agit essentiellement d'une part, de faire acquérir aux élèves les premiers outils de comparaison de séries statistiques, d'autre part de les habituer à avoir une attitude de lecteurs responsables face aux informations de nature statistique.
Caractéristiques de position d'une série statistique	Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau, ou par une représentation graphique), proposer une valeur médiane de cette série et en donner la signification.	On repère, en utilisant effectifs ou fréquences cumulés, à partir de quelle valeur du caractère on peut être assuré que la moitié de l'effectif est englobée. Les exemples ne devront soulever aucune difficulté au sujet de la détermination de la valeur de la médiane.
Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique	Une série statistique étant donnée, déterminer son étendue ou celle d'une partie donnée de cette série.	L'étude de séries statistiques ayant même moyenne permettra l'approche de la notion de dispersion avant toute introduction d'indice de dispersion. On introduira l'étendue de la série ou de la partie de la série obtenue après élimination de valeurs extrêmes. On pourra ainsi aborder la comparaison de deux séries en calculant quelques caractéristiques de position et de dispersion, ou en interprétant des représentations graphiques données.
Initiation à l'utilisation de tableurs-grapheurs en statistique		Les tableurs que l'on peut utiliser sur tous les types d'ordinateurs permettent, notamment en liaison avec l'enseignement de la technologie, d'appliquer de manière rapide à des données statistiques les traitements étudiés.

Mathématiques : tableau synoptique pour le collège

	CLASSE DE SIXIÈME	CLASSE DE CINQUIÈME	CLASSE DE QUATRIÈME	CLASSE DE TROISIÈME
Configurations, constructions et transformations	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangles, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallélépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ; proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérages par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique	Écriture décimale et opérations +, –, ×. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, –, ×, ÷) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\ }$ et cos d'une calculatrice ; inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnus.
Fonctions numériques	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

Accompagnement du programme de 3^e

SOMMAIRE

Pages

Préface

I – Contenus de la classe de 3^e 95

A. Configurations du plan et de l'espace, transformations planes 95

B. Calcul numérique 96

C. Calcul littéral 97

D. Fonctions 98

E. Représentation et organisation de données ; statistiques . . 99

II – L'outil informatique et l'enseignement des mathématiques au collège 99

A. Le calcul 100

B. Les fonctions 100

C. Les constructions géométriques 101

III – Place des grandeurs dans l'enseignement des mathématiques au collège 102

A. Les enjeux du travail sur les grandeurs 102

B. Les grandeurs et les programmes du collège 102

IV – Au terme du collège 103

A. La formation générale 103

B. Les contenus mathématiques 104

C. Les prolongements en lycée d'enseignement général et technologique et en lycée professionnel 104

Préface

Dernière étape de la rénovation des programmes du collège, les programmes de 3^{e} seront mis en application à partir de la rentrée de septembre 1999. Ils sont l'aboutissement, dans les différentes disciplines, de la logique retenue dans les programmes des années antérieures. Toutefois, il est important de garder en mémoire différentes spécificités de la classe de 3^{e} :

– à la fin de l'année, les élèves ont à faire un choix d'orientation entre 2de professionnelle et 2de générale et technologique. Les enseignements préparent donc à ces deux poursuites d'études ; ils ne doivent ni privilégier l'une, ni moins encore préparer, dès la 3^{e}, une éventuelle poursuite d'études vers un baccalauréat particulier ;

– à la fin de l'année, les élèves passent leur premier examen, le diplôme national du brevet. Au-delà de l'initiation aux méthodes de préparation d'un examen, les exigences et la forme des épreuves modélisent fortement les pratiques des enseignants en histoire-géographie, français et mathématiques.

Ces documents d'accompagnement prennent donc en compte ces deux particularités. Ils ont été conçus pour être utilisés dans le prolongement des documents portant sur les programmes de 6^{e} et de 5^{e}-4^{e}. Le CNDP propose d'ailleurs dans sa nouvelle collection « Enseigner au collège » un recueil complet, par discipline, des programmes et des documents d'accompagnement des classes du collège.

Les documents d'accompagnement ne sont pas les prémices d'une pédagogie officielle ou d'une didactique institutionnelle : les professeurs l'ont bien compris. Dans chaque discipline, ils comportent des pistes de réflexion et des exemples d'organisation pédagogique ; ils proposent des points de repère susceptibles de faciliter la mise en œuvre des nouveaux aspects ou méthodes inscrits dans les programmes.

Les groupes qui ont rédigé les projets de programmes ont mis au point ces documents. Leurs choix se sont en général portés sur les aspects du programme qui ont fait l'objet de discussions au sein même du groupe ou au moment de la consultation des enseignants. En effet, la consultation a permis de mettre en évidence, sur certains points, une mauvaise compréhension des objectifs poursuivis : de nouvelles rédactions ont été proposées dans les programmes eux-mêmes et des illustrations sont également données dans les documents d'accompagnement pour faciliter le travail des professeurs.

Sources d'informations au moment du lancement des nouveaux programmes, les documents d'accompagnement ont vocation a être revus et complétés périodiquement ; dans les années à venir, de nouveaux documents seront mis à la disposition des professeurs en fonction des constats qu'il sera possible de faire sur la mise en œuvre des programmes. Face à la réalité d'une partie non traitée ou mal traitée, la solution n'est pas toujours de la supprimer du programme : il est parfois préférable ou suffisant d'assurer une formation complémentaire ou de donner des outils aux enseignants. Les documents d'accompagnement peuvent également aider dans ce sens.

Comme pour ceux des années précédentes, ces documents d'accompagnement sont diffusés en nombre dans les collèges de façon que chaque groupe disciplinaire puisse disposer d'un exemplaire du livret correspondant à sa discipline.

Ce document comporte quatre parties, la première étant consacrée spécifiquement aux contenus de la classe de 3^e. En effet, il est apparu souhaitable, pour une meilleure lisibilité, de rassembler dans une deuxième partie des commentaires, illustrés par des exemples, sur « l'outil informatique et l'enseignement des mathématiques », commentaires valables pour l'ensemble du collège. La troisième partie porte sur le traitement des grandeurs usuelles dans l'enseignement au collège, non seulement du point de vue mathématique, mais avec le regard provenant de l'intérêt d'autres disciplines. Enfin, la quatrième partie situe les acquis du collège dans une double perspective, celle de la scolarité obligatoire et celle du lycée.

I – Contenus de la classe de 3^e

Le GTD (groupe technique disciplinaire) a été guidé dans l'élaboration des programmes de 3^e, comme dans celle des autres programmes du collège, par le souci d'améliorer la progressivité des apprentissages et d'en renforcer la cohérence sans alourdir les contenus. En outre, il convenait que l'ensemble des programmes de collège forme un tout, en se limitant parfois à une première approche de notions en vue d'une poursuite d'études. Le tableau synoptique des programmes du collège est là pour en rendre compte. Dans ces perspectives, on remarquera plus particulièrement :
– les activités inscrites dans le domaine numérique (radicaux, fractions irréductibles, exemples de nombres irrationnels) qui permettent une première synthèse sur les nombres rencontrés au collège ; l'étude des fonctions linéaire et affine qui « récapitulent », en quelque sorte, les aspects de la proportionnalité travaillés tout au long du collège ;
– le travail demandé en géométrie, qui s'inscrit en complément, au moins partiel, de celui engagé précédemment (sur les configurations, les isométries), généralise des résultats antérieurs (situation de Thalès, angle inscrit…), tout en ouvrant un nouveau champ à la mise en œuvre de démonstrations ;
– l'absence de tout travail de conceptualisation sur l'équation de droite et de son utilisation en géométrie analytique, l'un et l'autre réservés au lycée.
Par ailleurs, la place des statistiques dans la vie courante et leur utilisation dans de nombreuses disciplines demandent que la formation du futur citoyen se poursuive en ce domaine : on le fait en abordant le problème de la comparaison de séries statistiques, avec une première approche de la notion de dispersion.

A. Configurations du plan et de l'espace, transformations planes

En géométrie, le champ des configurations dans le plan et dans l'espace est élargi. Les activités de conjecture, d'expérimentation et de démonstration sont poursuivies ainsi que la pratique du dessin des figures aussi bien à main levée qu'à l'aide des instruments de dessin et de mesure, y compris dans un environnement informatique. On continue à entraîner les élèves à élaborer et à rédiger des démonstrations dans l'esprit déjà indiqué dans le document d'accompagnement du cycle central. En 3^e cependant, des raisonnements prenant clairement appui sur le principe de non-contradiction sont plus souvent rencontrés et signalés. Dans les démonstrations, les initiatives des élèves sont encouragées. Les propriétés de Thalès et de l'angle inscrit permettent de traiter de nombreux problèmes. Les occasions de lier les domaines géométrique et numérique sont nombreuses ; le travail sur les objets du plan et de l'espace sert de support à des activités de calculs numériques et littéraux ; la manipulation des écritures de quotients permet, par exemple, de démontrer l'alignement des points représentatifs d'une fonction linéaire ou de justifier la construction des points partageant un segment dans un rapport donné sous forme d'un quotient d'entiers. En géométrie dans l'espace, on travaille, comme les années antérieures, sur des solides et on exploite les images mentales des situations de parallélisme et d'orthogonalité extraites du parallélépipède rectangle, images qui se construisent depuis la classe de 6^e. Le travail proposé sur la sphère et sur les sections planes de solides déjà rencontrés consiste à extraire de ces situations spatiales des figures planes, à les représenter dans leur plan à l'échelle, à effectuer des calculs de distances, d'angles, d'aires et de volumes. En 3^{e}, d'une part ce travail s'appuie sur diverses perceptions des solides étudiés, permet éventuellement de les renforcer, voire de les construire : ainsi selon que l'on coupe un cylindre par un plan parallèle à l'axe ou par un plan perpendiculaire à l'axe, on peut le percevoir comme engendré par la translation d'un cercle ou par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés. D'autre part, en exploitant le fait qu'une perpendiculaire à un plan en un point est perpendiculaire à toutes les droites du plan passant par ce point, on démontre, avec le théorème de Pythagore, que les sections planes d'une sphère sont des cercles. De même, on démontre, en utilisant de plus la propriété de Thalès, que la section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de cette base.

L'étude des transformations du plan se poursuit par celle de la rotation. L'élève aura ainsi à sa disposition en quittant le collège des moyens de repérer les éléments de symétrie et les invariances dans les triangles, quadrilatères, polygones réguliers et une certaine maîtrise de leurs constructions. Les configurations ainsi rencontrées offrent l'occasion, tout au long du collège, d'ouvertures culturelles en liaison avec l'observation de l'environnement naturel, architectural… et le travail entrepris par exemple en arts plastiques. Les activités sur la rotation en 3^{e} sont conduites dans le même esprit que celui qui a présidé à l'étude des symétries et de la translation les années précédentes. Elles serviront aussi de point d'appui, dans la poursuite des études, au travail sur le cercle trigonométrique et les angles orientés. On pourra remarquer qu'on obtient le même point en tournant de 300° dans un sens ou de 60° dans l'autre sens. L'étude de la succession de deux symétries centrales est l'occasion de faire une autre lecture de la droite des milieux dans un triangle. Ces deux situations permettent, après le passage graduel au cycle central « d'une vision des figures à celle du plan tout entier », de préparer la distinction entre la transformation en tant que telle et des processus de construction. On rejoint implicitement le travail fait dans le domaine fonctionnel avec les transformations d'écritures littérales et les identités.

Le travail effectué antérieurement sur les translations et le parallélogramme conduit naturellement au vecteur. La composée de deux translations conduit à la définition de la somme vectorielle et aux coordonnées. En 3^{e}, le vecteur perçu à partir d'une direction, d'un sens et d'une longueur est aussi caractérisé par un couple de nombres. Cette conjonction des cadres géométrique et numérique prépare, certes, à la géométrie analytique et à plus long terme l'algèbre linéaire qui ne sont pas abordées au collège ; mais elle permet aussi de conduire avec les élèves une réflexion sur l'emploi des nombres dans le repérage cartésien du plan. Les problèmes d'orientation de la droite rencontrés également dans l'étude des situations de Thalès seront traités ultérieurement à d'autres niveaux avec l'homothétie et le produit d'un vecteur par un réel. L'utilisation de la notation $\vec{u}$ vise à éviter la confusion entre vecteur et segment de droite orienté. Il est intéressant de confronter les désignations du vecteur en mathématiques avec les représentations des forces en physique.

B. Calcul numérique

En 3^{e}, les élèves affinent leur maîtrise des fractions et abordent les premiers calculs sur les radicaux. Ce travail peut donner lieu à une synthèse intéressante sur les nombres rencontrés depuis le début de leur scolarité.
Dès la classe de 6^{e}, les élèves ont été amenés à travailler sur des nombres en écriture fractionnaire et en particulier sur des quotients d'entiers. Ils ont ainsi utilisé des nombres (rationnels) exprimés sous diverses formes : forme fractionnaire (réduite ou non) ou forme décimale (limitée ou non) ; ils ont pu constater que certains d'entre eux sont des entiers, d'autres des décimaux non entiers et d'autres encore ni des entiers ni des décimaux.
Les changements d'écriture pour la forme fractionnaire ou les passages de la forme fractionnaire à la forme décimale permettent d'assurer un lien avec la division euclidienne et la division décimale, exacte ou approchée. Les différentes significations de la division (recherche de la valeur d'une part ou du nombre de parts) seront à nouveau mises en évidence en fonction des situations étudiées. à cette occasion, on soulignera les liens entre des écritures comme

$$17 = 5 \times 3 + 2\ ;\ \frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}\ ;\ \frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}.$$

Les élèves ont déjà eu l'occasion de simplifier des écritures fractionnaires, mais sans disposer de critères pour déterminer si la fraction obtenue est irréductible ou non. Les problèmes proposés à ce sujet en 3^e sont l'occasion d'enrichir les connaissances des élèves en arithmétique. Après avoir travaillé au cycle central sur les notions de multiples et de diviseurs, il est nécessaire de savoir si deux entiers sont ou non premiers entre eux. Pour l'obtention du PGCD de deux entiers, le programme préconise l'algorithme d'Euclide ou éventuellement un algorithme de différence – la répétition de la transformation qui à un couple d'entiers (a, b) fait correspondre le couple constitué de leur minimum et de leur écart, par exemple qui à (285, 630) fait correspondre (285, 345) – plutôt que le recours à la décomposition en facteurs premiers.

Il n'est pas inutile de rappeler que l'arithmétique avait été bannie des programmes de mathématique du collège précisément à cause de l'abus du recours à la décomposition en produit de facteurs premiers. Certes les facteurs premiers de petits nombres, 924 ou 1999 pour donner des exemples, s'obtiennent facilement. Mais il n'en est plus du tout de même pour de plus grands nombres, dont l'ordinateur rend aujourd'hui naturelle la considération. C'est ainsi qu'il sera par exemple beaucoup plus facile d'établir directement que les deux nombres 12345678910111213 et 10000000000000007 ne sont pas premiers entre eux que d'essayer de trouver leur décomposition en facteurs premiers. Certains domaines d'application avancée, tel le chiffrage de messages (cryptage et décryptage), s'appuient largement sur la difficulté pratique d'obtention de certaines décompositions.

Il convient ici de souligner que, dans toutes les activités, la pratique du calcul mental doit être prédominante. Ainsi pour passer de la forme $3 + \frac{2}{7}$ à la forme $\frac{23}{7}$, les élèves devraient être capables de fournir la réponse directement, sans passer par la forme $\frac{3}{1}$ pour exprimer le nombre 3 et sans écrire explicitement les deux fractions avec le même dénominateur. De la même façon, la réduction d'une écriture comme $\frac{36}{48}$ doit pouvoir être réalisée rapidement (en une ou deux étapes) sans recourir à des décompositions explicites de 36 et 48 en facteurs premiers, ni à un algorithme pour calculer le PGCD de deux nombres : l'utilisation consciente de la seule égalité $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ (éventuellement plusieurs fois) est suffisante.

La synthèse sur les nombres rencontrés au collège permet par ailleurs de donner un nouvel éclairage sur les nombres rationnels, en mettant en évidence le fait que tous les nombres ne sont pas rationnels. Le nombre π en est bien sûr un exemple, mais ce sont surtout les nombres qui ne peuvent pas être exprimés exactement autrement qu'en utilisant le symbole $\sqrt{}$ (lettre r stylisée) qui en sont la meilleure illustration. Il est donc intéressant de faire prendre conscience aux élèves de toute la richesse, tant théorique que pratique, à laquelle peut conduire une réflexion sur un objet tel que $\sqrt{2}$: longueur de la diagonale du carré unité ou côté du carré d'aire double. L'utilisation d'un symbole particulier (presque un nom propre) laisse à penser que les écritures antérieures ne suffisaient pas. Sa découverte constitue un des premiers succès historiques des mathématiques. Une démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ pourra, dans cette optique, éventuellement être envisagée. Le théorème de Pythagore, vu en classe de 4^e, est pour le concept de racine carrée une bonne opportunité de mettre en œuvre le principe d'appuis mutuels entre différentes parties du programme.

C. Calcul littéral

Comme il est indiqué dans le document d'accompagnement du cycle central, l'acquisition de techniques de calcul faisant appel à des lettres est un des points délicats de l'enseignement des mathématiques. Les apprentissages, très progressifs et en continuité avec ceux développés dans les classes antérieures, s'appuient sur la résolution de nombreux problèmes, laquelle nécessite l'emploi de lettres pour désigner des inconnues, des indéterminées ou des variables. La pratique des tests sur les égalités et inégalités aide à comprendre ce qu'est une identité et ce que signifient les expressions : résoudre une équation, résoudre une inéquation, en déterminer la ou les solutions. On poursuit le travail sur la transformation d'écritures telles que $\frac{4}{3}(x+3)$, $2 \times \frac{x}{3}$.

En 3^e, le champ des problèmes nécessitant la résolution d'une équation du premier degré se prolonge à ceux qui conduisent à :

– la résolution d'une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques, après qu'a été dégagé le lien entre l'ordre et la multiplication,

– la résolution d'une équation mise sous la forme $A . B = 0$, où A et B désignent deux expressions du premier degré,

– la résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Dans chaque cas, la géométrie, la gestion de données, les autres disciplines et la vie courante fournissent de nombreux exemples. On sera attentif à l'interprétation des résultats obtenus, en les replaçant dans le contexte envisagé.
L'étude systématique des différentes méthodes de résolution algébrique d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues n'est pas un objectif du programme. L'idée à dégager est celle de se ramener à la résolution d'équations à une seule inconnue.

D. Fonctions

Jusqu'à la fin du cycle central, la notion de fonction n'a été utilisée que de manière implicite. Les transformations géométriques étudiées n'ont pas été présentées comme application du plan dans lui-même. Le travail sur la proportionnalité, et plus largement sur l'étude de relations entre données numériques, a permis d'utiliser des formules, des tableaux de nombres et des représentations dans le plan muni d'un repère, en particulier comme outils pour résoudre des problèmes. Ainsi, à l'occasion du traitement de situations numériques ou géométriques, les élèves ont été amenés à passer d'un langage à un autre (par exemple, d'une formule ou d'un graphique à un tableau de nombres). Mais, si des expressions telles que « en fonction de » ou « est fonction de » ont été utilisées, les fonctions numériques associées à ces formules, à ces tableaux ou à ces représentations n'ont pas été explicitées.
La classe de 3e est donc l'occasion du premier véritable contact des élèves avec cette notion de fonction, dans sa conception actuelle qui fait correspondre à tout élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble. Mais il ne s'agit pas de donner une définition générale de la notion de fonction. Le travail est limité à l'étude de fonctions particulières : les fonctions linéaires et affines. D'autres exemples de fonctions simples seront également utilisés, en particulier pour montrer que toute représentation graphique ne se réduit pas à un ensemble de points alignés (par exemple, en représentant quelques points d'une fonction telle que $x \rightarrow x^2$, sur un intervalle). Au lycée, la notion de fonction occupera une place centrale, dans le cadre de l'enseignement de l'analyse.

La notion de fonction linéaire permet, en 3e, d'opérer une synthèse des différents aspects de la proportionnalité rencontrés tout au long du collège et de les exprimer dans un nouveau langage. Toute situation de proportionnalité est modélisable par une fonction linéaire. Dans cette perspective, il convient d'être attentif, avec les élèves, aux questions soulevées par le domaine d'adéquation du modèle mathématique avec la situation traitée, en ayant soin de préciser, chaque fois, le domaine de signification de la fonction (définie, elle, sur l'ensemble des réels) dans le contexte de la situation traitée (qui impose souvent une restriction à un intervalle ou à un nombre fini de valeurs).
La fonction linéaire doit apparaître comme un cas particulier de la fonction affine, cette dernière étant associée à la proportionnalité des accroissements.

L'apprentissage des langages permettant de traduire les relations fonctionnelles doit faire l'objet d'une attention toute particulière. La notation $x \rightarrow ax$ ne sera introduite que pour des valeurs particulières de a, en liaison avec le coefficient de proportionnalité et d'expressions verbales du type « Pour passer d'un nombre à son image, je multiplie par a ». La notation $f(x)$ est également introduite pour des valeurs particulières de la variable (du type $f(2)$, $f(-3)$,…), mais on veillera à différencier avec les élèves le statut des parenthèses dans ce type de notation de leur signification dans un calcul algébrique. Les notations fonctionnelles amènent à utiliser des lettres avec une nouvelle signification : successivement, au collège, les lettres ont ainsi été utilisées de façon « expressive » en référence à des grandeurs (comme dans la formule de l'aire du rectangle), pour désigner des valeurs inconnues (dans les équations), des valeurs indéterminées (dans les identités remarquables, par exemple) et enfin des variables (dans le langage des fonctions). Les difficultés à comprendre le statut différent des lettres, et du signe =, dans ces différents contextes justifient le fait que la notion d'équation de droite ne soit pas abordée au collège.

Le travail sur des situations modélisables par des fonctions classiques est l'occasion de formuler un même problème dans différents cadres et d'habituer les élèves à passer d'un cadre à l'autre, pour interpréter des résultats ou des propriétés : formules, tableaux de nombres, fonctions, représentations graphiques. C'est en particulier ce qui permettra d'utiliser une représentation graphique pour la résolution d'un système d'équations à deux inconnues.

E. Représentation et organisation de données ; statistiques

Le contenu et les commentaires du programme concernant la statistique constituent un prolongement de ceux des classes antérieures, l'objectif de l'enseignement de statistique descriptive au collège étant indiqué dans le document d'accompagnement des programmes du cycle central.

En classe de 3^e, il s'agit d'aider les élèves à franchir une nouvelle étape dans le développement de leur autonomie de jugement à propos d'informations qui peuvent être nombreuses. Dans le cas d'un regroupement en classes, les choix effectués peuvent avoir des effets sur les résultats numériques ou les représentations graphiques et leurs interprétations.

En classe de 4^e, on a pu observer que « la moyenne d'une population dont les éléments sont rangés par ordre croissant ne sépare pas ceux-ci, en général, en deux parties de même effectif », ce qui justifie l'introduction de la médiane en classe de 3^e. Les élèves disposent alors de deux indicateurs de la tendance centrale d'une population, leur position relative pouvant faire l'objet d'une interprétation dans des situations appropriées.

La nécessité de distinguer deux séries statistiques de même tendance centrale justifie l'intérêt de la notion de dispersion. Dans ce premier contact, le programme se limite à l'étendue d'une série statistique ou à l'étendue d'une partie donnée de celle-ci ; cela permet, sans difficulté technique, de familiariser les élèves avec une démarche habituelle en statistique : procéder à une synthèse de l'information sous la forme de nombres mesurant respectivement la position et la dispersion de la série étudiée.

Choix de la représentation d'une série statistique, interprétation des résultats obtenus et comparaison de deux séries statistiques peuvent être conduits, sans répétitions inutiles ni pertes de temps, en utilisant des tableurs-grapheurs ou en répartissant le travail au sein de la classe. De plus, outre son intérêt spécifique, l'enseignement des statistiques contribue au développement des compétences en mathématiques, notamment celles liées au calcul et à la construction, la lecture et l'utilisation de graphiques ; toutes les capacités correspondantes peuvent être mises en œuvre au cours d'activités interdisciplinaires.

II – L'outil informatique et l'enseignement des mathématiques au collège

– L'évolution de l'informatique (qualité des logiciels, facilité d'utilisation, abaissement des coûts,…) en favorise grandement l'emploi dans les collèges. La pratique, de plus en plus répandue, de l'informatique en montre les richesses d'application, en particulier l'aide qu'elle peut apporter aux apprentissages. En même temps, en liaison avec les autres disciplines, les mathématiques apportent une contribution spécifique à l'utilisation de l'informatique. Des connaissances mathématiques sont indispensables non seulement pour effectuer, mais aussi pour choisir avec discernement les traitements appropriés, par exemple en statistiques avec les tableurs-grapheurs.

– L'apprentissage des mathématiques ne peut se construire sur une acquisition purement formelle de définitions et de résultats, de techniques et d'algorithmes. C'est en donnant sens à ces connaissances, en les construisant à propos de nombreuses situations et problèmes à résoudre que l'élève va les rendre opératoires et par là se les approprier. Or, d'une part les calculatrices et les logiciels offrent toujours davantage de possibilités d'expérimentation tant dans le domaine géométrique que dans le domaine numérique ou dans celui de gestion des données. D'autre part, l'informatique fait et fera de plus en plus partie de l'environnement des élèves. Ainsi l'enseignement des mathématiques peut, dans ce cadre, utiliser avec profit des expérimentations diverses sur les objets qu'elles étudient comme les nombres ou les figures géométriques, et donc contribuer à la formation scientifique des élèves. Les calculatrices sont précieuses pour réaliser des explorations nombreuses dans le domaine numérique. Par exemple, déterminer par approximations successives à l'aide d'une calculatrice, des valeurs approchées de la racine carrée d'un nombre ou plus généralement d'une solution d'une équation, constitue une expérimentation où le calcul est conduit sous le contrôle d'un raisonnement bâti sur le concept même de racine carrée ou de solution d'une équation. Les logiciels de géométrie permettent de varier « à l'infini » les cas de figure dans une situation donnée. Par exemple, la construction de plusieurs figures dans le cas où l'on compose des symétries centrales permet de reconnaître visuellement des parallélismes, ce qui conduit à conjecturer le résultat. La mise en œuvre de propriétés comme celle des milieux des côtés d'un triangle permet une démonstration qui prendra du sens pour l'élève à travers ses expériences de constructions préalables.

A. Le calcul

Dans les classes antérieures à la 3^e, le calcul numérique était le point de départ pour le calcul littéral, puis devenait en quelque sorte sa matière première. Par exemple, on apprenait à distinguer une identité et une équation grâce à la substitution de valeurs numériques aux lettres représentant des variables. En classe de 3^e, une modification de caractère fondamental s'introduit avec l'imbrication totale du calcul numérique et du calcul littéral. C'est, par exemple, du traitement des variables que l'on s'inspire pour les calculs mettant en jeu des racines carrées. Autrefois, les machines ne permettaient que du calcul approché dans certains cas (fractions non décimales, radicaux par exemple), mais aujourd'hui, les logiciels de calcul formel sont accessibles désormais aux collégiens dans certaines calculatrices de poche. Pourvu que l'on ait bien choisi l'écriture à utiliser pour les nombres, ce que l'on appelle encore leur format, on peut par exemple obtenir en lecture directe de l'affichage d'une calculatrice une égalité du genre :
$\frac{1}{666} - \frac{1}{999} = \frac{1}{1998}$.
L'emploi des logiciels désignés par l'une des appellations *calcul symbolique* ou *calcul formel* donne aux opérations que l'on est amené à effectuer un caractère extrêmement concret, ce qui intéresse beaucoup d'élèves, mais aussi très contraignant, ce qui pourrait être décourageant pour un élève trop livré à lui-même. Les exemples fourmillent, à commencer par tous ceux qu'il convient de mettre en rapport avec les *formats* possibles des nombres. Que l'on explore par exemple, si on n'en a pas encore eu l'occasion, les mêmes calculs sur des racines carrées effectués par un logiciel de calcul formel, selon qu'on lui aura demandé du calcul exact ou du calcul approché (on peut pour cela puiser des idées à partir des exemples mêmes du programme, ainsi : $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$ peut conduire à une variété importante de calculs ayant valeur de tests).
Les ordinateurs conduisent encore à élargir le domaine de l'expérimentation. Nous verrons que c'est bien sûr le cas pour les logiciels de constructions géométriques, mais c'est aussi le cas pour les tableurs, qui permettent à la fois de manipuler des expressions algébriques, de remplacer les variables par des valeurs et d'entreprendre, en conservant les résultats et les formules, un grand nombre de calculs liés à des expressions algébriques. à la demande, ils peuvent ensuite fournir rapidement des représentations graphiques variées. La fréquentation des formules, leur construction, leur utilisation et leur analyse rendent possible une approche nouvelle de l'apprentissage de l'algèbre. Ils constituent aussi un outil rapide d'exploration des statistiques, permettant l'analyse des données sans que la charge de calcul devienne un obstacle insurmontable. Enfin la mise en œuvre, dans un tableur, d'algorithmes comme celui d'Euclide permet la mise en place d'une réflexion particulière sur les automatismes de calculs qu'une machine peut prendre en charge.

B. Les fonctions

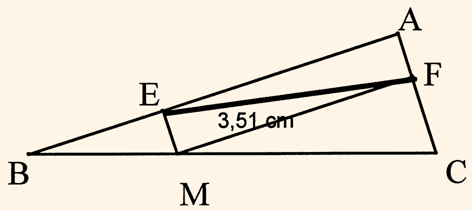
La notion de fonction émerge en classe de 3^e seulement, avec la modélisation des situations de proportionnalité, mais l'*outil mathématique fonction* a déjà été manipulé. Ainsi l'étude des rapports trigonométriques a conduit très naturellement à utiliser des touches de fonction d'une calculatrice scientifique ; on a également eu recours à la touche $\sqrt{\ }$.
L'*outil mathématique fonction* contribue à la mise en place du concept de variable. à côté des situations traditionnelles, le tableur permet l'approche d'une variable par un ensemble de valeurs, celles par exemple que l'on peut apercevoir dans une colonne de feuille de calcul. Sous forme de formules recopiées dans le tableau de gauche, de valeurs numériques arrondies dans le tableau de droite, voici l'application à l'obtention de l'aire d'un disque dont on fait varier le rayon de 0 à 1 par pas de 0,2.

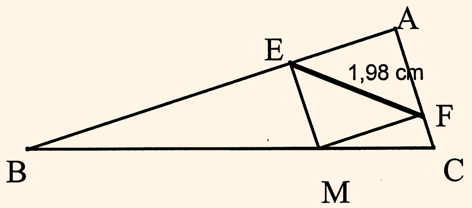
Rayon	Aire	Rayon	Aire
0	= PI ()*A2*A2	0,0	0,0000
= A2 + 0,2	= PI ()*A3*A3	0,2	0,1257
= A3 + 0,2	= PI ()*A4*A4	0,4	0,5027
= A4 + 0,2	= PI ()*A5*A5	0,6	1,1310
= A5 = 0,2	= PI ()*A6*A6	0,8	2,0106
= A6 = 0,2	= PI ()*A7*A7	1,0	3,1416

Le programme et la première partie du présent texte ont cité des algorithmes numériques, tels celui d'Euclide ou celui des différences successives pour l'obtention du plus grand diviseur commun à deux nombres entiers. L'écriture et la mise en œuvre d'un algorithme font appel à des notions fonctionnelles d'une manière qui constitue une ouverture par rapport à la seule utilisation de notations du type f *(x)*. C'est ainsi par exemple que l'on pourra rencontrer l'idée de transformation dans un contexte autre que géométrique.

C. Les constructions géométriques

Les logiciels de construction géométrique permettent la mise en évidence de relations entre les éléments d'une figure ; elles doivent être explicitées par l'élève pour la dessiner. Ces logiciels permettent notamment d'observer une figure sans la reconstruire, lorsque l'on déplace par exemple un de ses points, afin de repérer des propriétés conservées et d'énoncer des conjectures. Ils constituent un moyen puissant d'exploration des figures, facilitent l'observation des propriétés (alignement, conservation de directions, concours de droites, etc.). Leur utilisation en collège présente deux caractéristiques particulièrement intéressantes. La première est l'explicitation des propriétés mises en œuvre pour les constructions, par exemple, construire un triangle ABC rectangle en A à partir de son hypoténuse, conduit à utiliser la propriété de l'angle droit dans un demi-cercle, en construisant successivement le milieu de [BC], le cercle de diamètre [BC] et un point quelconque de ce cercle. La deuxième a trait à l'expérience graphique que font les élèves en observant une figure dont on déplace des éléments variables. Des propriétés apparaissent et provoquent des questions qui motivent et préparent à la démonstration. Ce type de logiciel permet la mise en place de situations qui pourraient paraître complexes, mais auxquelles la dynamique de la figure permet de donner du sens. En voici un exemple que l'on peut traiter en classe de 3^{e} :



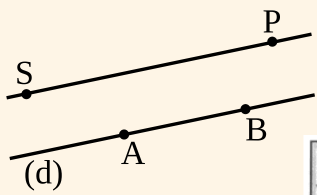


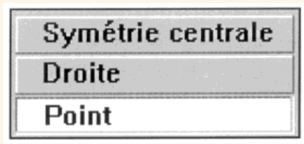
ABC est un triangle rectangle en A, et M un point de l'hypoténuse [BC]. Les perpendiculaires à [AB] et [AC] passant par M coupent [AB] en E et [AC] en F.
Où placer M pour que la distance EF soit la plus petite possible ?

Une fois la construction réalisée, le logiciel permet d'afficher la distance EF qui varie quand on déplace M sur [BC], on peut facilement invalider les conjectures qui apparaissent fréquemment sur papier (le milieu ou les points B et C). Si le triangle ABC construit par l'élève est trop particulier, on peut le déformer (tout en le conservant rectangle). Le logiciel permet à l'élève d'observer que le point M peut être placé n'importe où sur [BC], que son déplacement modifie la longueur EF et ainsi de comprendre le problème posé. En déplaçant M l'élève peut aussi observer les invariants de la figure (ici que le quadrilatère MEAF est toujours un rectangle). L'observation du rectangle conduit à la solution (le pied de la hauteur) et à la démonstration.

Certains logiciels permettent de choisir les outils fournis à l'élève, en limitant les commandes mises à sa disposition. En voici un exemple :

On donne une droite (d) et un point P quelconque, on limite les outils disponibles à « droite », « point » et « symétrie centrale ». On demande la construction d'une droite parallèle à (d) passant par P.





Un menu réduit

Pour cela on peut procéder ainsi : on construit deux points quelconques A et B de la droite (d). La construction successive de R, image de P dans la symétrie de centre B et de S symétrique de R par rapport à A donne le point S. La droite (SP) est la parallèle cherchée. Cette construction est validée par la propriété des milieux.

Dans ce type de problème, un choix judicieux des outils disponibles (éventuellement complexes) conduit à mettre en œuvre dans une construction, puis dans sa justification, les propriétés au programme des classes du collège.

III – Place des grandeurs dans l'enseignement des mathématiques au collège

Les programmes du collège, tout comme ceux de l'école, insistent sur l'importance de la résolution de problèmes pour la compréhension progressive par les élèves des notions mathématiques et une maîtrise de celles-ci qui ne se réduit pas à la seule mémorisation de techniques. Ils peuvent ainsi recourir à l'outil qu'elles constituent dans différentes situations. Par cela, on rejoint l'histoire des mathématiques.

A. Les enjeux du travail sur les grandeurs

Aujourd'hui, la science mathématique s'est largement affranchie de la question des grandeurs (l'ensemble des nombres, par exemple, se construit, formellement, sans référence aucune aux grandeurs). Théoriquement, les mathématiques peuvent donc à la fois se transmettre et se développer sans référence à la notion de grandeur.
Sans cette référence, la présentation des mathématiques serait toutefois beaucoup trop abstraite pour être à la portée des élèves du collège, et même bien au-delà. Il y a d'ailleurs plusieurs raisons qui rendent indispensable, spécialement dans l'enseignement obligatoire, un appui résolu, mais distancié, sur les notions de grandeurs et de mesure.

– Historiquement, c'est bien à partir d'un travail sur les grandeurs qu'ont été construits la plupart des concepts et des théories mathématiques. Il serait d'autant plus dommageable de perdre de vue cette filiation que, comme cela a été signalé, c'est elle qui permet d'assurer les liens avec les autres disciplines.

– S'il a été possible aux mathématiques de s'émanciper de la notion de grandeur, c'est sans doute qu'elles avaient accumulé quantité d'expériences et de résultats dont il ne semble pas que l'enseignement de base puisse faire l'économie.

– C'est dans des situations mettant en jeu des grandeurs que tous les élèves pourront réinvestir les connaissances acquises en mathématiques. Les mathématiques du citoyen sont celles qui interviennent comme outils pour les grandeurs, celles qui permettent de modéliser efficacement des situations faisant intervenir des grandeurs.

B. Les grandeurs et les programmes du collège

Les problèmes proposés et les situations étudiées sont souvent empruntés à la vie courante. Il y est question de terrains et de clôture, de volumes de gaz ou de liquide, de vitesse, de débits, de mélanges… Il y est aussi question de prix et de coûts, de pourcentages et de l'application de pourcentages à des grandeurs. Depuis l'école, on est passé progressivement de situations de comparaison de grandeurs (qui sont des abstractions à partir de caractéristiques d'objets de la vie courante), puis de mesurage, au travail sur les mesures, c'est-à-dire sur les nombres. En effet, en mathématiques, on ne travaille pas *sur* les grandeurs (c'est l'objet d'autres disciplines, comme la physique, la technologie, les sciences de la vie et de la terre ou la géographie et l'économie par exemple), mais *avec* les grandeurs ou *à partir* d'elles ; ici se situe l'interaction entre les mathématiques et les autres disciplines. Une exception : longueurs, aires ou volumes sont des grandeurs appartenant au champ mathématique, tandis que la mise en évidence de l'aspect multidimensionnel des deux dernières correspond à un travail *sur* des grandeurs. Le travail sur longueurs et aires est indispensable pour présenter aux élèves les nombres non entiers et les opérations étudiés au collège.

Les élèves ont eu l'occasion de prendre conscience petit à petit, au long du collège, de la nature de l'activité mathématique et des mathématiques, en particulier avec la construction de modèles de certaines situations, notamment celles de la proportionnalité. Ils acquièrent également des techniques élémentaires de traitement et de résolution, qui ont des utilisations très diverses au quotidien, dans les autres disciplines et dans la vie du citoyen.

Lors de ces traitements, on opère parfois sur une seule grandeur, parfois on privilégie la relation entre des grandeurs. Un problème peut concerner des grandeurs de même nature, voire une seule grandeur, ou des grandeurs de natures différentes ; ces caractéristiques, ainsi que la nature des relations entre les grandeurs en cause, induisent une difficulté plus ou moins grande lors de la résolution et déterminent souvent le choix de telle ou telle procédure par les élèves. On a ainsi l'occasion de travailler avec des grandeurs et des unités de différents types ; il peut s'agir de grandeurs « simples » (objets de mesures directes) et unités « simples », de grandeurs et unités produits (passagers × km, kWh,…), quotients (m / s, km / h,…,), ou encore de grandeurs et unités « composées » ($m^3 \times s^{-1}$,…). Cependant, certains traitements conduisent à utiliser des nombres sans dimension ; ils correspondent à des relations de type échelle, agrandissement, pourcentage, fréquence… et concernent une seule grandeur ou des grandeurs de même nature.

Quant à la modélisation d'une situation de la vie courante, par exemple par un système d'équations (dans R dès la classe de 4e, ou R^2 en classe de 3e), elle correspond au passage du cadre des grandeurs au cadre numérique. Ce type de passage, ainsi que le retour au cadre et à la situation de départ, présentent des difficultés importantes pour les élèves, difficultés que la diversité et le choix des situations proposées, la diversité aussi des procédures mises en œuvre, aident à surmonter progressivement.

En mathématiques, on travaille non dans le domaine des grandeurs mais dans celui des nombres. L'activité pratique de mesurage en physique ou technologie est inséparable de la notion d'erreur ; elle est distincte de celle d'attribution d'une mesure exacte. La distinction entre « mesure exacte » (qui est telle parce que la grandeur est discrète ou parce qu'on en a décidé ainsi) et « mesure approchée » est une question très difficile ; le travail mené en mathématiques au long du collège sur calcul exact et calcul approché peut en favoriser l'approche ; le programme de la classe de 3e en offre une nouvelle occasion avec le travail suggéré sur le nombre $\sqrt{2}$.

Il s'agit bien là d'initiation à la démarche scientifique.

IV – Au terme du collège

Les programmes des quatre années ont été conçus pour permettre une véritable activité mathématique de l'élève, par la résolution de problèmes. Les objectifs de l'enseignement des mathématiques au collège ont été décrits en tête de ceux de 6e :

– développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;
– stimuler l'imagination ;
– habituer l'élève à s'exprimer clairement aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;
– affermir les qualités d'ordre et de soin.

Ces objectifs sont visés au travers d'activités qui permettent en même temps l'acquisition de connaissances mathématiques.

La liberté du professeur dans l'organisation de son enseignement, qui est rappelée pour chaque programme avant l'explicitation des contenus, d'une part permet l'adaptation à la diversité des situations et d'autre part favorise la contribution de chacun des membres de l'équipe pédagogique à la construction du projet personnel de chaque élève. La phrase du préambule du programme de 6e, « il est essentiel que les connaissances prennent du sens pour l'élève à partir de questions qu'il se pose », concerne tous les élèves ; elle vaut tout particulièrement pour des élèves « en difficulté », chez lesquels la réduction des apprentissages mathématiques à l'acquisition d'automatismes ne fait qu'accentuer blocages, rejets et perte de sens de l'école. Il importe donc que la nature fondamentale de l'activité proposée soit la même pour tous, bien qu'elle s'appuie sur des acquis différents et qu'elle relève de complexités différentes.

A. La formation générale

En mathématiques, comme dans d'autres disciplines, les élèves ont eu tout au long du collège l'occasion de pratiquer une démarche scientifique : conjecture et expérimentation sur des exemples, recherche de contre-exemples ou construction d'une argumentation, contrôle des résultats et évaluation de leur pertinence en fonction du problème étudié, analyse critique. Les élèves y développent des qualités d'initiative, d'imagination et de créativité, en même temps qu'ils font l'apprentissage de la rigueur et de la recherche de preuves, d'écoute des arguments d'autrui et d'analyse critique.

Ils ont rencontré et ont eu l'occasion d'élaborer, au cours de démonstrations, différents types de raisonnement : raisonnement déductif, raisonnement par disjonction des cas lors de l'examen de l'effet de la multiplication sur l'ordre, infirmation par mise en évidence d'un contre-exemple, approche du raisonnement par l'absurde lorsqu'il s'agit de reconnaître si une configuration est une configuration de Thalès ou si un triangle est rectangle.

Ils ont été amenés à acquérir des méthodes qui sont efficaces aussi bien pour améliorer la compréhension de phénomènes que pour aider à agir : les outils de représentation de toute nature (figures, graphiques, tableaux, mais aussi expressions littérales et symboles) sont autant d'objets sur lesquels s'exerce l'activité mathématique. La modélisation permet notamment d'appréhender des situations et d'anticiper sur les évolutions. Les formes d'expression, autres que la langue usuelle, se sont enrichies de tous ces outils.

Ils ont également été familiarisés avec l'utilisation raisonnée d'une calculatrice (contrôle des manipulations de celle-ci au moyen de l'ordre de grandeur du résultat, maîtrise des priorités opératoires, signification des chiffres affichés à l'écran), voire d'un ordinateur.

Les compétences exigibles sont énoncées en termes de savoirs et savoir-faire mathématiques. Les activités proposées visent à les acquérir mais, en même temps, elles développent des capacités mathématiques plus générales ainsi que des compétences communes à l'ensemble des disciplines, mises en œuvre dans chacune de celles-ci sous des formes appropriées.

Repérer explicitement de telles compétences au travers des activités contribue à la cohérence des apprentissages et va à l'encontre du risque d'éclatement des savoirs. Cette explicitation ne peut que gagner à être définie en commun avec les collègues d'une même classe et être faite avec les élèves au fur et à mesure des travaux effectués.

Citons, à titre d'exemples parmi les compétences évaluées en début de 2$^{\text{nde}}$ générale et technique ou professionnelle : recenser des informations ; regrouper, ranger ou mettre en relation des éléments en fonction de critères donnés ; décider d'une méthode, la mettre en œuvre ; exécuter une consigne ; justifier un résultat, le rejeter ou l'accepter ; prendre une décision à partir de résultats obtenus ; présenter un résultat sous la forme demandée, avec soin et lisibilité, en cohérence avec le problème posé, en rédiger correctement la formulation.

Au terme d'un exercice, amener l'élève à en dégager l'intérêt – le type de problème qui a été résolu, le résultat qui a été établi –, à situer l'exercice dans la progression du cours, et plus généralement dans l'ensemble des connaissances acquises au collège, est particulièrement formateur : cela permet d'avoir une vision globale des questions abordées en mathématiques et dans certains cas de leurs liens avec d'autres disciplines. Ainsi l'enseignement des mathématiques contribue pour une bonne part à la formation générale des collégiens et à leur formation de futur citoyen.

B. Les contenus mathématiques

Techniques de calcul sur les nombres en écriture décimale ou fractionnaire ainsi que sur des expressions littérales, détermination par calcul mental de l'ordre de grandeur d'un résultat, calculs mettant en œuvre des pourcentages, lecture et utilisation de représentations de données et graphiques, constructions en géométrie, reconnaissance des effets des transformations fréquemment utilisées en art ou en architecture ou familiarisation avec la représentation des objets de l'espace et les conventions usuelles ainsi que le traitement de ces représentations… sont autant d'outils précieux dans la vie courante, la scolarité ultérieure et la future vie professionnelle du collégien. La proportionnalité, rencontrée dès l'école, est, en particulier, un concept non seulement essentiel dans la vie du citoyen, mais encore fondamental pour l'étude et la compréhension des relations entre les grandeurs physiques.

Pour être mobilisables, de telles connaissances ont dû être introduites, tout au long du collège, dans des situations où elles trouvaient leur raison d'être, situations issues des mathématiques, des autres disciplines ou de la vie courante, et dont la multiplicité a permis l'émergence.

C. Les prolongements en lycée d'enseignement général et technologique et en lycée professionnel

La plupart des élèves poursuivent leurs études en lycée d'enseignement général et technologique ou en lycée professionnel. Une bonne articulation entre le collège et la 2$^{\text{nde}}$ constitue donc un enjeu capital.

Les objectifs essentiels – entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes, développer les capacités de communication (qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite) – s'inscrivent en droite ligne de ceux du collège.

Les compétences en cours d'acquisition au collège sont évaluées en début de 2$^{\text{nde}}$ en vue d'être

développées et approfondies tout au long du lycée. Les contenus sont dans la continuité de ceux du collège :
– la résolution de problèmes constitue toujours l'objectif fondamental des activités numériques et algébriques. On s'attache à dégager sur les exemples étudiés les différentes phases du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, contrôle et exploitation des résultats ;
– l'introduction de l'analyse au lycée se fait à partir de situations telles que : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale. L'étude des variations de longueurs, d'aires ou de volumes ainsi que celles des fonctions linéaires et affines en lien avec la proportionnalité faites au collège préparent bien à ces démarches ;
– le travail sur les inégalités prend en compte celui qui a été fait sur l'ordre et les opérations. La distance de deux points sur un axe fonde les concepts de valeur absolue et d'intervalle. La pratique des opérations sur les nombres ainsi que celle des troncatures et des arrondis se poursuivent ;
– l'enseignement des statistiques fait au collège trouve au lycée, suivant les séries, plusieurs prolongements : la dispersion, avec l'introduction de l'écart-type, l'étude de séries statistiques à deux variables et l'introduction de probabilités à partir de la notion de fréquence ;
– la géométrie est, dans certaines séries, un champ d'étude important. En géométrie plane, on approfondit la connaissance et l'emploi d'outils introduits à des degrés divers au collège, tels que : configurations, transformations, calculs dans un repère adapté, calcul vectoriel. La géométrie dans l'espace s'appuie sur celle pratiquée en collège.

SERVICE NATIONAL DES PRODUCTIONS IMPRIMÉES ET NUMÉRIQUES

Correspondants de la publication

Nathalie LACROIX

Chef de la Division des éditions administratives

Christine NOTTRELET

Responsable des brochures administratives
et des rapports de jurys de concours

et son équipe

Christine ALABERT - Jeannine DEVERGILLE - Maryse LAIGNEL

29, 31 rue de la Vanne - 92120 Montrouge
Tél. : 01 46 12 84 87
01 46 12 84 88
01 46 12 84 86
01 46 12 84 10
Fax : 01 46 12 84 80